

A propos de la Rétroaction...

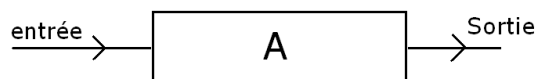
Introduction :

Dans cet article je vais essayer d'expliquer les bases du concept de la rétroaction. Après un aperçu général, on verra son application aux circuits électroniques et ses implications dans le sujet qui nous intéresse, à savoir les amplificateurs.

a) Symboles utilisés :

Tout au long de cet article j'emploierai des schémas-blocs, il est donc important de connaître les deux ou trois symboles utilisés dans ce type de schéma.

-Lorsque l'on rencontre ce symbole,



Il faut comprendre que le bloc fonctionne comme suit:

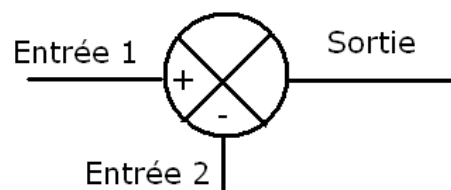
$$\text{Sortie} = A * \text{Entrée}$$

où $A=A(j\omega)$ est la réponse fréquentielle du bloc caractérisé. Si cette notion de réponse fréquentielle vous paraît obscure, je vous conseille de faire un tour sur le lien suivant où elle vous sera très clairement et simplement expliquée:

<http://tabwyp.free.fr/G5/>

On peut par exemple utiliser ce bloc pour représenter un amplificateur, ou un filtre, etc. L'entrée correspondrait au signal d'entrée de l'ampli, la sortie le signal de sortie qui irait vers le haut-parleur, et $A(j\omega)$ serait le gain de l'ampli à la fréquence considérée...

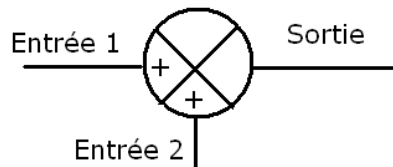
-Un autre symbole utilisé est le soustracteur :



Là aussi c'est très simple, il faut comprendre que:

$$\text{Sortie} = \text{Entrée 1} - \text{Entrée 2}$$

-Enfin, le dernier symbole utilisé est l'additionneur:



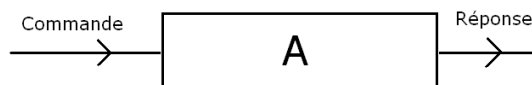
Son fonctionnement est similaire au soustracteur:

$$\text{Sortie} = \text{Entrée 1} + \text{Entrée 2}$$

Si on a compris ces trois symboles, on est prêt à attaquer la suite...

1) Aperçu général du système de rétroaction:

Considérons un amplificateur non équipé de rétroaction:



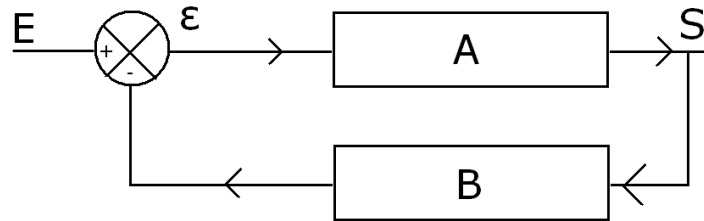
On applique un signal d'entrée sur l'amplificateur, et celui-ci répond en multipliant la commande par $A(j\omega)$, délivrant ainsi le signal de réponse. Ce type de montage est appelé la chaîne directe.

Suivant l'application envisagée, ce bloc peut avoir plusieurs désavantages qui peuvent nuire au fonctionnement:

- La chaîne directe va être sensible à toutes les perturbations extérieures.
- $A(j\omega)$ est dépendante des caractéristiques internes du bloc. Avec le vieillissement des composants, pour une même tension de commande, on n'aura plus forcément la même réponse (par exemple le facteur d'amplification μ d'un tube peut baisser avec l'âge, ce qui peut être embêtant si on fonctionne en stéréo et que les gains ne sont pas identiques sur chaque canal...)
- Etc.

Par la suite j'appellerai A le *gain de chaîne directe* ou le *gain en boucle ouverte*.

Voyons ce qui se passe lorsque l'on réinjecte une partie du signal de sortie en entrée :



Le bloc B est un amplificateur dont le gain, qui peut être inférieur ou supérieur à 1, est en général constant par rapport à la fréquence. Ca peut par exemple être un pont diviseur de tension à base de résistances ($B = R1/(R1+R2)$), etc. B peut être positif ou négatif.

Le signal de sortie passe à travers B et est réinjecté en entrée: on dit que l'on a une rétroaction.

Examinons le fonctionnement, on a, d'après les explications que j'ai donné précédemment sur les schémas blocs:

$$S = A * \epsilon \text{ ce qui revient à } \epsilon = S/A$$

$$\epsilon = E - (B * S)$$

Donc:

$$S/A = E - (B * S)$$

Ce qui se reformule ainsi:

$$S * (1 + A * B) = A * E$$

Si on calcule le nouveau gain S/E , on obtient alors d'après la formule précédente:

$$G_0 = \frac{S}{E} = \frac{A}{1 + B * A}$$

Cette formule est connue sous le nom de formule de Black. G_0 est appelé le *gain en boucle fermée*.

Deux cas de figure se présentent à nous:

- $|1 + B * A| < 1$: Le nouveau gain est plus grand que l'ancien; on dit que l'on a une rétroaction positive.
- $|1 + B * A| > 1$: Le nouveau gain est inférieur par rapport au gain en boucle ouverte. On dit que l'on a une rétroaction négative, ou plus généralement que l'on a une contre-réaction (on entend souvent le terme «contre-réaction négative», mais c'est un pléonasse, contre-réaction indique déjà le caractère de la rétroaction).

Regardons tout de suite ce qui se passe si le gain en boucle ouverte est très grand (disons supérieur à 100, ou même 100 000 dans le cas des amplis opérationnels). B est rarement très faible, ce qui fait que le terme $B * A$ est grand devant 1. On peut alors approximer sans trop de risques le gain en boucle fermée:

$$G_0 = \frac{1}{B}$$

Comme annoncé précédemment, on s'est débrouillé pour que le gain de B soit relativement constant quels que soient la fréquence et l'instant de travail. On se rend alors compte que le nouveau gain est très proche de $1/B$, ce qui règle très précisément le gain en boucle fermée, même si la valeur de A fluctue. Mais attention, je préfère le rappeler, ceci n'est valable que quand le produit $A*B$ (où A vaut toujours $A=A(j\omega)$) est grand devant 1, cela ne marche pas (loin de là) dans tous les cas.

Conséquences directes :

Analysons maintenant les conséquences directes de la rétroaction sur un amplificateur. Tout d'abord, il est bon de remarquer qu'un ampli n'a pas une bande passante infinie. On va donc se baser, pour simplifier et bien comprendre l'«essence» de la rétroaction, sur le modèle d'un filtre passe-bas du premier ordre, comme ceux présentés sur ce lien:

http://tabwyp.free.fr/G5/chap1_5_theorie_G5.html#pbph

Bien sûr on pourra par la suite faire un raisonnement analogue à celui qui va suivre dans le cas de filtres passe-haut, ou même passe-bande (ce qui correspond plus au cas d'un vrai ampli).

L'exemple donné de filtre passe-bas sur ce lien a une pulsation de coupure égale à $1/RC$. Pour généraliser à tous les filtres passe-bas, nous allons utiliser un filtre à pulsation de coupure quelconque ω_0 (donc dans l'exemple du lien $\omega_0 = 1/RC$). De même, puisqu'un amplificateur n'a pas souvent un gain unitaire, nous allons représenter l'ampli comme un système de gain linéaire A_0 suivi du filtre passe-bas que l'on a évoqué. La réponse fréquentielle de l'amplificateur serait donc, avec nos hypothèses:

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

On rappelle au lecteur la relation $\omega = 2\pi \cdot \text{fréquence}$.

Si on considère ce bloc comme la chaîne directe et que l'on effectue une rétroaction sur le système avec un autre bloc de gain B constant, en utilisant la formule de Black démontrée précédemment, on va obtenir un gain de boucle fermée égal à :

$$G_1 = \frac{\left(\frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}\right)}{1 + B * \left(\frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}\right)}$$

Cette formule n'est pas très belle, on va l'arranger pour obtenir une forme plus simple en multipliant numérateur et dénominateur par les facteurs adéquats; on obtient donc la formule:

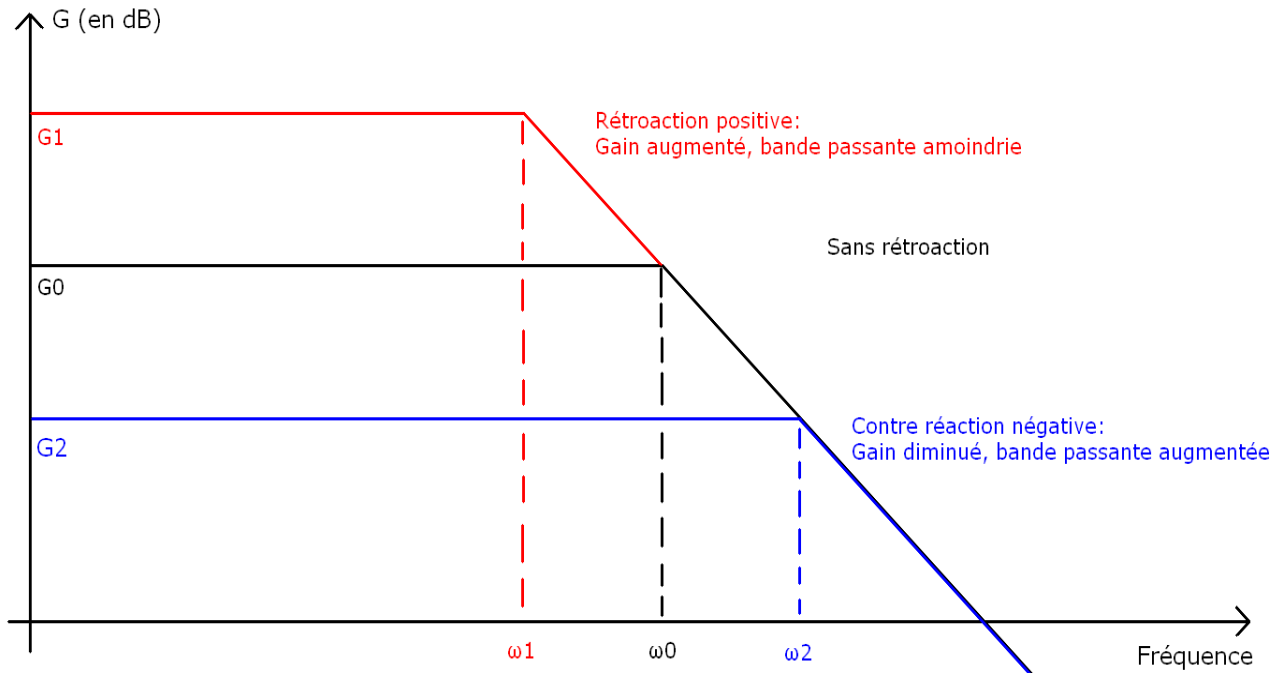
$$G_1 = \frac{A_0}{1 + A_0 * B} * \frac{1}{1 + \frac{j * \omega}{\omega_0 (1 + A_0 * B)}}$$

On se rend compte de trois choses:

- On a toujours un passe-bas d'ordre 1
- Le gain de bande passante a changé: $A_1 = \frac{A_0}{1 + A_0 * B}$ qui, suivant le type de rétroaction, positive ou négative, sera plus grand ou moins grand que le gain original.

- On a une nouvelle pulsation de coupure pour le filtre passe-bas: $\omega_1 = \omega_0(1 + A_0 * B)$. Cette pulsation de coupure sera plus grande dans le cas d'une rétroaction négative (donc la bande passante est agrandie) ou plus faible dans le cas d'une rétroaction positive (la bande passante est diminuée).

Comme un schéma vaut mieux que tous les discours, voilà, pour le filtre passe-bas envisagé, le schéma de la réponse asymptotique du filtre avec et sans les différentes rétroactions:



Comme on l'a dit précédemment, ce raisonnement est aussi faisable avec les filtres passe-haut et les filtres passe-bande, il suffit de prendre l'expression du filtre et de lui appliquer la formule de Black, et de la remettre sous la forme d'un filtre.

Donc les conclusions suivantes sont valables pour tous les types de filtres:

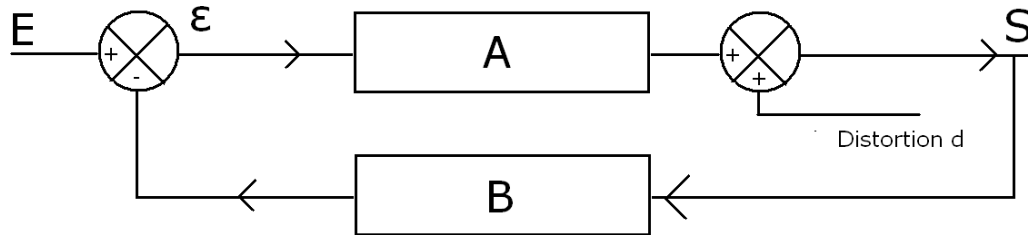
- On ne change pas le type de filtre en ajoutant une rétroaction de gain constant.
- Une rétroaction positive augmente le gain mais diminue la bande-passante.
- Une rétroaction négative diminue le gain mais augmente la bande-passante.

Note: Certaines rétroactions spéciales (par exemple les contrôles de présence et de résonance sur les amplis guitare) sont conçus avec un gain B de rétroaction dépendant de la fréquence. Dans ce cas, il faut délimiter les fréquences pour lesquelles on a une rétroaction positive ($|1+AB(j\omega)| < 1$) ou une rétroaction négative ($|1+AB(j\omega)| > 1$) et appliquer les conclusions sur le gain vues dans ce paragraphe. De plus dans ce cas la nature du filtre est changée.

Note 2: Beaucoup de constructeurs conçoivent leurs montages de la manière suivante: Ils utilisent un bloc de chaîne directe ayant un gain A suffisamment élevé, puis ils rajoutent un bloc de contre-réaction de gain B très précis. Dans ce cas, on connaît très précisément le gain de l'étage avec contre-réaction ($1/B$, voir paragraphe précédent), et de plus on a une bande passante augmentée.

Influence sur la distortion :

On peut aussi analyser la conséquence d'une rétroaction sur la distortion inhérente à l'ampli. Considérons le montage suivant:



En analysant le schéma, on obtient :

$$\begin{aligned} S &= d + A * \epsilon \\ \epsilon &= E - B * S \\ \text{donc } S &= d + A * (E - B * S) \\ S * (1 + A * B) &= A * E + d \end{aligned}$$

et donc:

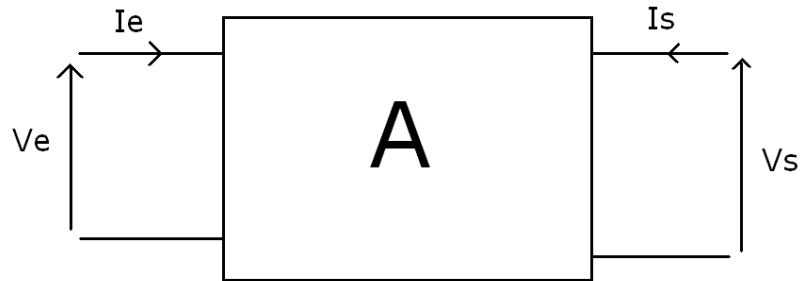
$$S = \frac{A * E}{1 + A * B} + \frac{d}{1 + A * B}$$

On voit que le terme de la distortion est divisé par $1 + AB$. Avec une rétroaction positive, la distortion est donc augmentée. Avec une rétroaction négative, la distortion s'amenuise. Dans les amplis guitare, où la distortion est grandement recherchée, il faut donc faire attention à ne pas mettre trop de contre-réaction ou le son de l'ampli en souffrira grandement.

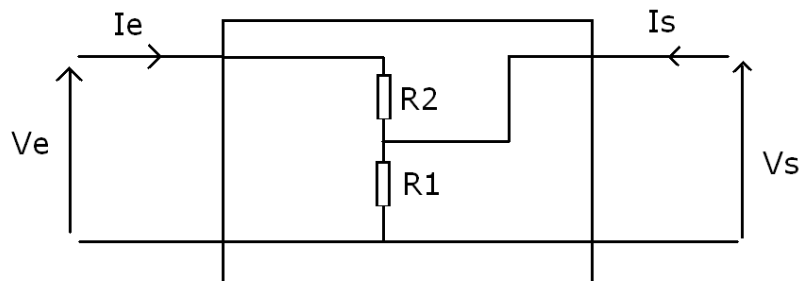
Bien que tous les exemples donnés précédemment se rapportent à l'électronique, la théorie ci-dessus s'applique à tous les domaines de la physique. On trouve par exemple des rétroactions dans les circuits thermiques, pour ne citer qu'eux. Cependant, nous allons voir dans le paragraphe suivant plus précisément comment la rétroaction agit sur les circuits électroniques. Bien sûr, tout ce qui a été dit auparavant sera toujours valable.

Application aux circuits électroniques :

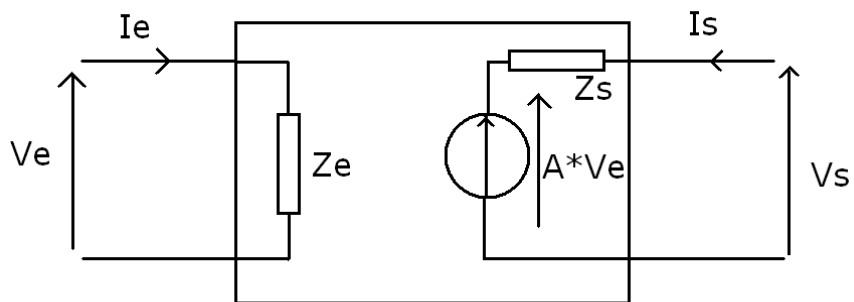
En électronique, les blocs des schémas blocs sont souvent remplacés par des quadripôles. Un quadripôle compte deux bornes d'entrée, deux bornes de sortie, une tension d'entrée, un courant d'entrée, une tension de sortie et un courant de sortie, comme ci-dessous:



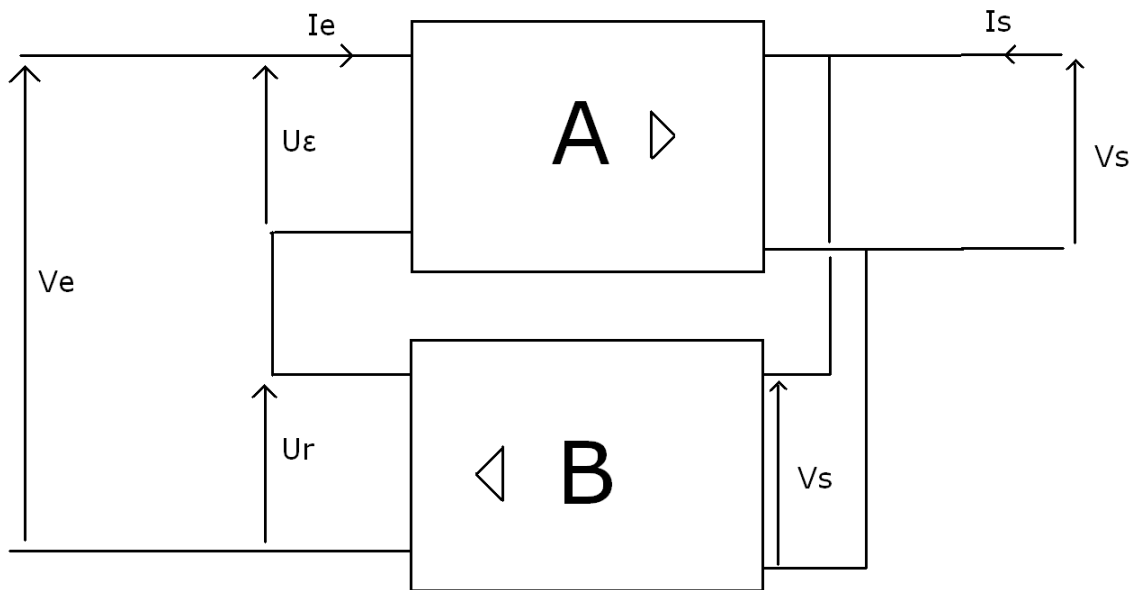
Par exemple, un pont diviseur de tension sera représenté par le quadripôle suivant :



Pour un amplificateur, on représente souvent le quadripôle en indiquant le gain, l'impédance d'entrée et l'impédance de sortie:



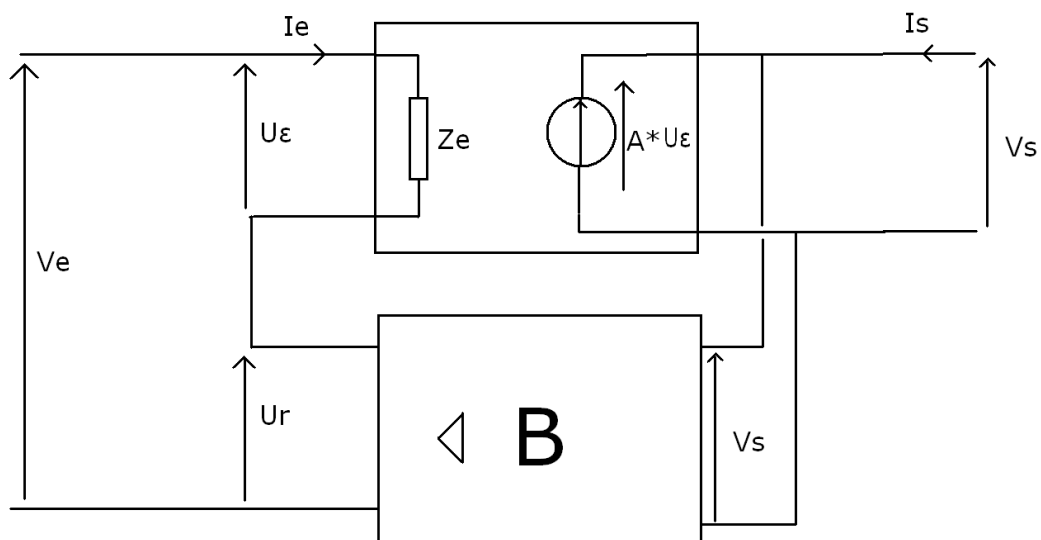
Voyons comment on associe les quadripôles pour obtenir la structure d'un système à rétroaction :



On voit que les branchements réalisés permettent de réaliser $U_\epsilon = V_e - U_r$. De plus, la tension d'entrée de B est la tension de sortie de A.

Influence de la rétroaction sur l'impédance d'entrée :

Considérons l'amplificateur suivant muni d'une rétroaction:



Regardons l'influence de la rétroaction sur la nouvelle impédance d'entrée Z_1 :

$$\begin{aligned} Z_1 &= V_e / I_e \\ V_e &= U_\epsilon + U_r \\ U_r &= B \cdot V_s = B \cdot A \cdot U_\epsilon \\ U_\epsilon &= Z_e \cdot I_e \end{aligned}$$

On en déduit :

$$V_e = Z_e (1 + AB) I_e$$

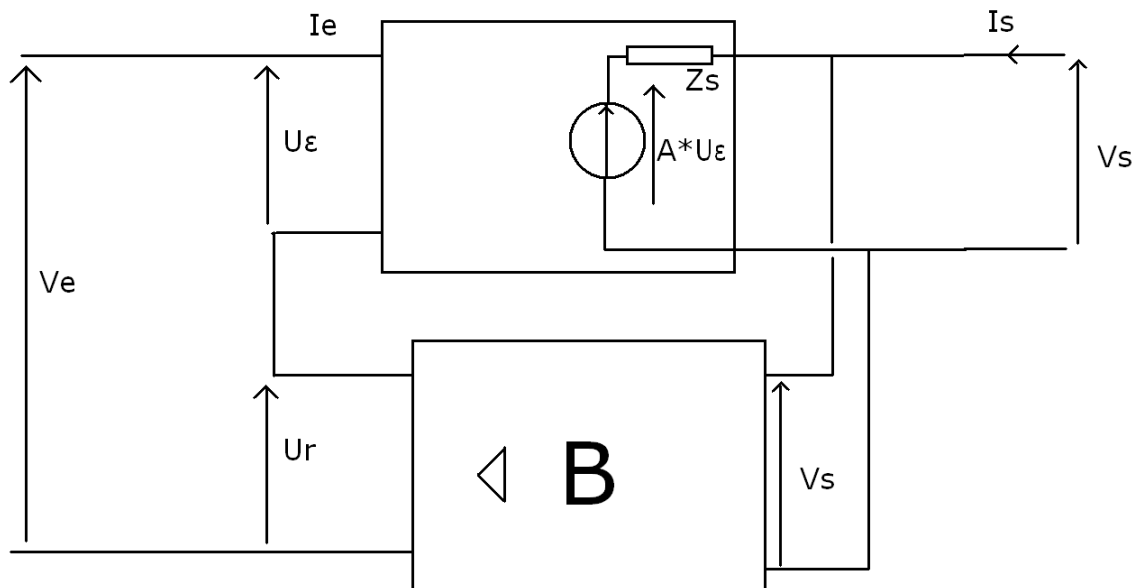
$$\text{D'où: } Z_1 = V_e / I_e = Z_e * (1 + AB)$$

On voit que l'impédance d'entrée est multipliée par le facteur $1 + AB$. Comme on souhaite souvent avoir une impédance d'entrée élevée, les rétroactions négatives pour lesquelles $|1 + AB| > 1$ sont très utiles pour augmenter l'impédance d'entrée.

Note: Pour comprendre l'essence de la rétroaction et pour ne pas perdre le lecteur dans des calculs trop compliqués, on n'a volontairement pas ajouté sur le schéma l'impédance de sortie de l'amplificateur. De toute façon, comme le montre le paragraphe suivant, cette impédance de sortie a une influence minime sur le calcul.

Influence de la rétroaction sur l'impédance de sortie :

Considérons le montage d'ampli à rétroaction suivant:



L'impédance de sortie Z_{s1} est définie comme V_s / I_s lorsque $V_e = 0$. Le défaut du raisonnement qui va suivre est que l'on considère le composant B parfait, ayant une impédance d'entrée infinie. Cependant ce raisonnement n'est pas si erroné que cela quand on regarde les schémas de boucle de contre-réaction globale sur les amplis à tubes. En effet, le courant réinjecté dans la boucle est de l'ordre du mA. Comparé aux Ampères qui sont envoyés aux enceintes en sortie, On peut considérer que l'impédance d'entrée de la boucle de rétroaction est très élevée devant les 4, 8 ou 16 Ohms du haut parleur. Le raisonnement qui suit sera donc très peu éloigné du résultat pratique.

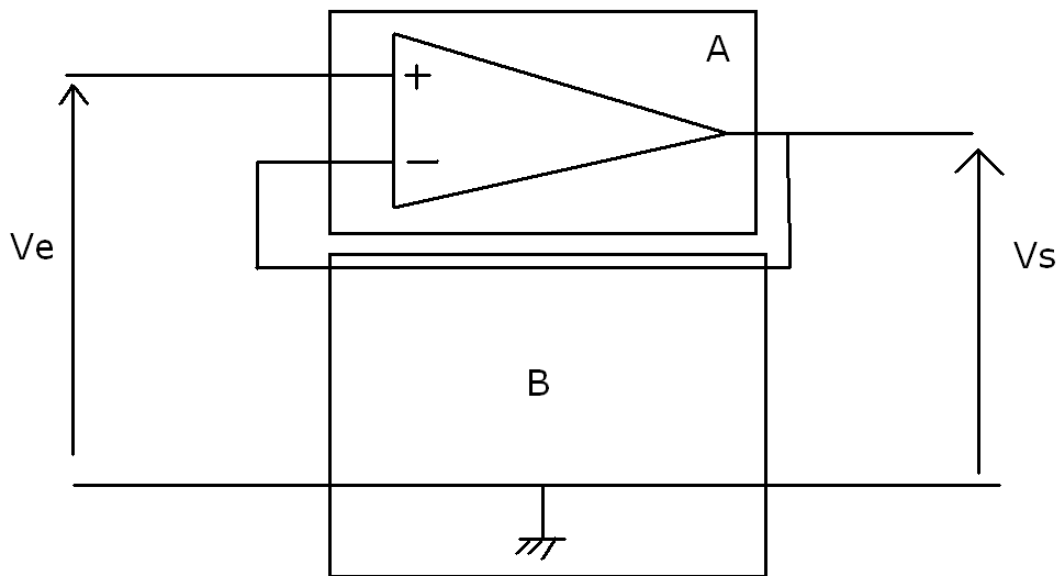
$$\begin{aligned} V_e = 0 &\Rightarrow U_\epsilon = -U_r = -B * V_s \\ V_s &= A * U_\epsilon + Z_s * I_s \\ V_s &= -A * B * V_s + Z_s * I_s \\ V_s (1 + A * B) &= Z_s * I_s \end{aligned}$$

On en déduit : $Z_{s1} = V_s/I_s = Z_s/(1+A*B)$

On en déduit que l'impédance de sortie globale est donc divisée par le terme $1+A*B$. Avec une contre-réaction négative on réduit donc l'impédance de sortie, effet souvent recherché en électronique.

Exemples de rétroactions dans les montages électroniques :

Le premier exemple est très simple, il s'agit du montage suiveur à amplificateur opérationnel:



Le bloc A est l'ampli opérationnel seul, de gain interne de l'ordre de 100.000 .
Le bloc B est un simple rebouclage par un câble, de gain unité.

L'impédance d'entrée d'un ampli op est de l'ordre de 1 Mohm, tandis qu'il a une impédance de sortie de l'ordre de 100 Ohms.

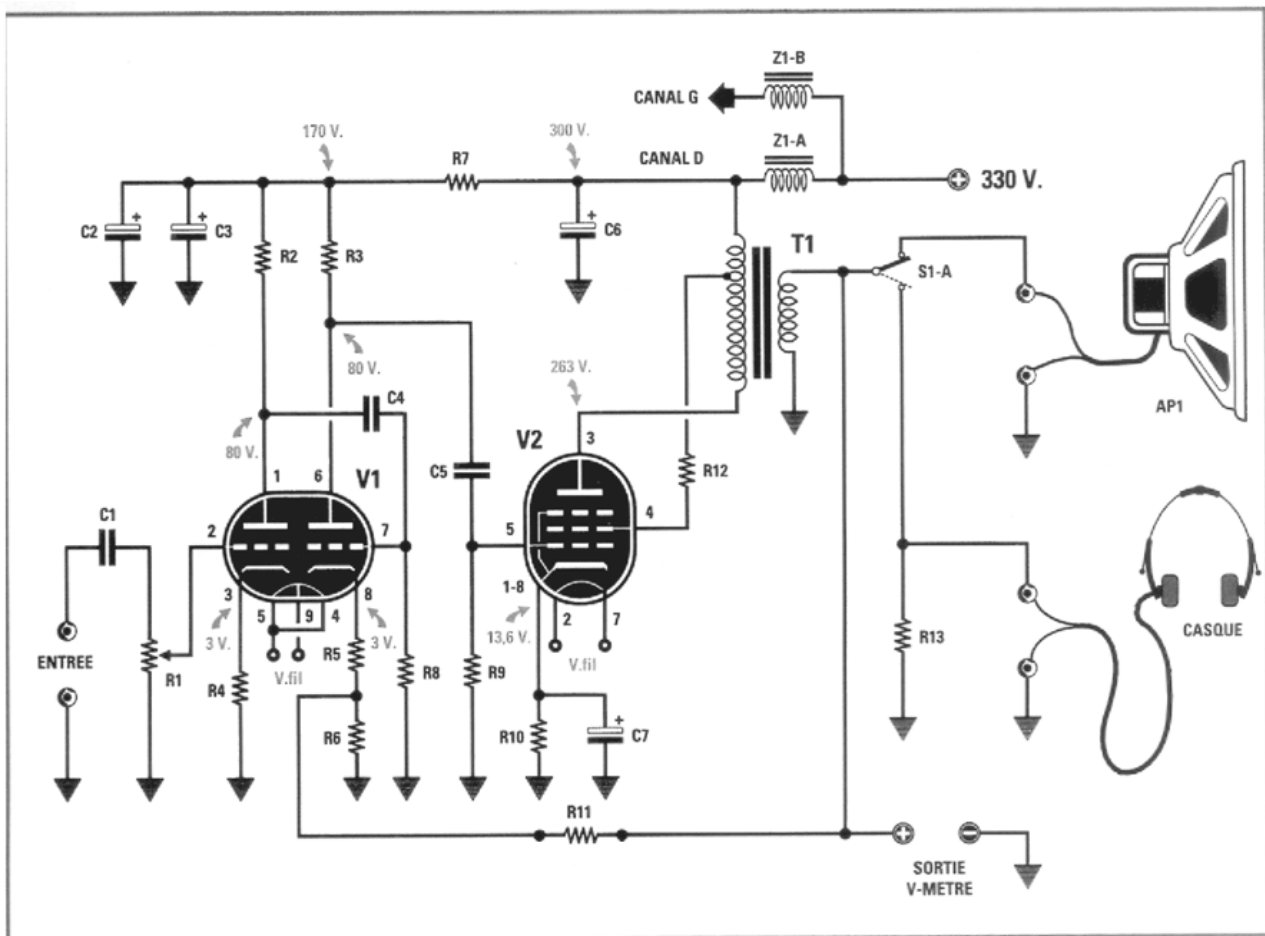
En appliquant les formules vues précédemment, on voit que:

- Le gain total du montage est de l'ordre de $1/B = 1$, car A est très élevé.
- L'impédance d'entrée vaut $Z_e = 10^6 * (1 + 1 * 10^5) = 10^{11} \text{ Ohms}$.
- L'impédance de sortie vaut $Z_s = \frac{100}{1 + 1 * 10^5} = 1 \text{ mOhm}$.

Ce montage remplit donc totalement son rôle d'adaptateur d'impédance.

Deuxième exemple :

C'est celui de la boucle globale de rétroaction que l'on rencontre souvent dans les schémas d'amplificateurs à tubes :



Ici la boucle de rétroaction est réalisée par le pont diviseur formé par R6 et R11. La soustraction de signaux est réalisée de manière spéciale. En effet, le montage à cathode commune formé par la deuxième triode de V1 fait que le signal traversant cette triode est déphasé de 180° avec le signal en sortie de transformateur, et donc les deux signaux sont de signe opposés; on réalise donc la soustraction des deux signaux de cette manière.

La triode est une ECC82, la pentode une EL34 et les valeurs des composants mis en jeu sont les suivantes :

R11=1800 Ohms

R6=330 Ohms

Gain du montage triode-pentode-transformateur : $A=15 \cdot 12 \cdot \sqrt{8/2500}=10$ =Gain de la chaîne directe.

Gain de la boucle de rétroaction: $B=R6/(R6+R11)=0.15$

$$1+A \cdot B=2,5 > 1$$

Donc on a affaire à une contre-réaction. Noter que dans ce genre d'amplificateurs une rétroaction positive n'est en général pas souhaitable car elle mène souvent à des instabilités et des phénomènes d'oscillations.

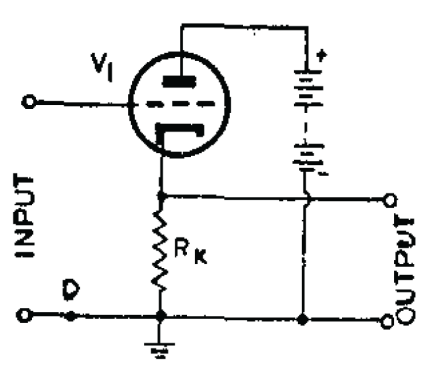
Le gain total est donc de $G1=A/(1+AB)=10/2,5=4$.

(Ce gain peut paraître faible à première vue, mais il ne faut pas oublier que ce schéma représente un ampli Hi-Fi, donc avec des niveaux d'entrée en niveau ligne (1V crête à crête), et de plus la première moitié de l'ECC82 amplifie d'un gain de 15, ce qui donne un gain total confortable.

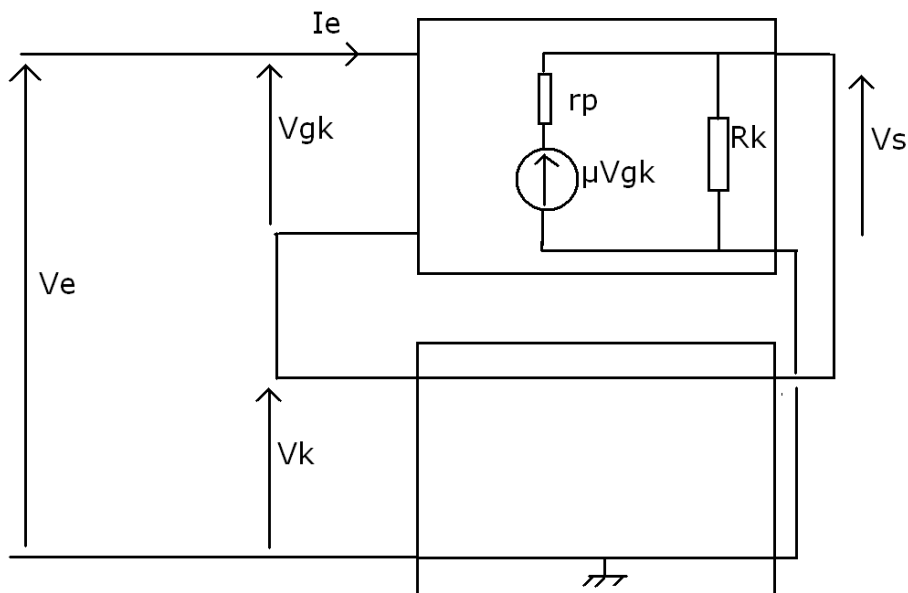
Comme on l'a vu dans les paragraphes précédents, la distortion introduite dans les deux derniers étages est divisée par $1+AB=2,5$.

Troisième exemple :

Un dernier exemple de montage à lampe mettant en évidence l'utilisation de la contre-réaction pour obtenir de meilleures impédances d'entrée et de sortie est le montage en cathode follower:



Le montage petits signaux équivalent de ce montage est le suivant:



Nous remarquons un générateur $\mu (Ve-Vk)$ qui alimente le pont diviseur de tension formé par rp et Rk . On a donc $Vs = \mu (Ve-Vk) * Rk / (rp + Rk)$. De plus, $Vk = Vs$, donc on remplace dans la formule:

$$Vs = \mu (Ve - Vs) * Rk / (Rk + rp)$$

d'où :

$$G_0 = \frac{V_S}{V_E} = \frac{\mu R_k}{(\mu+1)R_k + r_p}$$

Il est très important de remarquer de quelle manière se fait la rétroaction : la triode, par son fonctionnement intrinsèque, amplifie la différence $V_e - V_k$. Comme dans ce cas précis $V_k = V_s$, c'est comme si on soustrait V_s à V_e (donc ici $B=1$) avant de réamplifier cette différence (Ici A est donc égal à $\mu R_k / (r_p + R_k)$). On peut très bien utiliser la théorie vue dans les paragraphes précédents pour retrouver ces résultats, bien que les calculs soient plus longs et partent d'une démarche plus compliquée.

Le gain de la boucle de rétroaction est unitaire, et le gain de chaîne directe vaut: $A = \mu * R_k / (R_k + r_p) =$ environ 15 dans le cas d'une ECC82 (la triode la plus utilisée pour ce montage) en général.

En appliquant la formule de Black, on obtient:

$$G_0 = \frac{\frac{\mu R_k}{R_k + r_p}}{1 + 1 * \frac{\mu R_k}{R_k + r_p}} = \frac{\mu R_k}{(\mu+1)R_k + r_p}$$

En général $(\mu+1)*R_k$ est très grand devant r_p , le gain peut s'approximer par $G_0 = \mu / (\mu+1)$ ce qui est très proche d'un gain unité, vu qu'en général μ se situe entre 17 (pour une ECC 82) et 100 (pour une ECC83). En effet pour ces deux triodes dans les configurations usuelles de montage cathode follower, le gain est de:

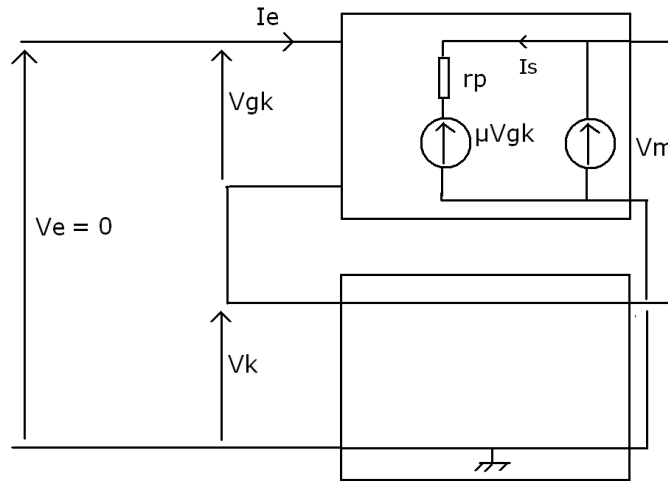
$$G_{ECC82} = 0,93 \text{ et } G_{ECC83} = 0,98$$

On se rend donc compte que la tension de sortie «suit» la tension d'entrée. Regardons maintenant ce qui se passe au niveau de l'impédance de sortie. Nous pouvons pour cela utiliser soit la méthode «classique» disponible ici: http://tabwyp.free.fr/G5/chap1_5_theorie_G5.html#imps, soit la théorie développée ici sur les contre-réactions. Regardons les deux méthodes et nous verrons que les deux résultats seront identiques!

Utilisons d'abord la méthode classique:

- On court-circuite l'entrée V_e
- On remarque que R_k est en parallèle sur la sortie, pour simplifier les calculs on la retire du schéma pour les calculs (on fait $R_k = \text{infini}$) puis on la remet après calculs.
- On branche un générateur V_m sur la sortie.

Le schéma que l'on obtient est le suivant:



Nous avons donc deux générateurs de tension qui débitent dans r_p , et la loi des mailles ainsi que le fait que $V_e=0$ donnent:

$$V_m = -\mu(V_E - V_m) + I_s * r_p \quad d'où \quad V_m = -\mu V_m + I_s * r_p$$

L'impédance de sortie qui par définition vaut V_m/I_s est donc égale à :

$$Z_s = \frac{r_p}{(1+\mu)}$$

En n'oubliant pas de rajouter R_k en parallèle avec le résultat, il vient l'impédance de sortie totale:

$$Z_{sl} = \frac{\left(\frac{r_p}{(1+\mu)}\right) * R_k}{\frac{r_p}{(1+\mu)} + R_k} = \frac{r_p}{1 + \mu + \frac{r_p}{R_k}}$$

Regardons maintenant les calculs avec la théorie de la rétroaction. D'abord, même remarque que pour la méthode classique : le fait que R_k soit en parallèle avec la sortie permet de l'enlever tout d'abord pour la remettre après calculs, cela ne change rien au résultat. Pour cela on fait tendre R_k vers l'infini.

Le gain de la chaîne directe A , qui vaut $\mu R_k / (r_p + R_k)$ devient tout simplement μ quand R_k vaut l'infini, donc $1+A$ vaut $1+\mu$. La mise en parallèle de r_p et R_k quand R_k tend vers l'infini devient r_p (r_p est donc l'impédance de sortie temporaire de la chaîne directe). En appliquant la formule vue dans les paragraphes précédents,

$Z_{sl} = \frac{Z_{s0}}{1+AB} = \frac{r_p}{1+\mu}$, mais il faut rajouter maintenant R_k en parallèle avec sa valeur normale pour obtenir le résultat final:

$$Z_{sl} = \frac{\left(\frac{r_p}{(1+\mu)}\right) * R_k}{\frac{r_p}{(1+\mu)} + R_k} = \frac{r_p}{1 + \mu + \frac{r_p}{R_k}}$$

Comme annoncé précédemment, les deux méthodes donnent le même résultat, mais la deuxième méthode est la plus directe!

Comme r_p est faible devant $R_k*(\mu+1)$ (on a un rapport entre les deux de 90 pour une ECC 83 et 42 pour une ECC82), l'impédance de sortie peut alors être approximée par environ $Z_{s1}=r_p/\mu$, ce qui dans le cas d'une triode de gain moyen (exemple: ECC82) vaut par exemple $7000/15= 500$ Ohms environ, alors que dans une configuration à cathode commune, elle vaut environ 6 kOhms, ce qui n'est pas négligeable!

Note : Quand on utilise cette approximation, il est utile de se rappeler de la relation reliant les paramètres petits signaux d'un tube: $\mu=r_p*g_m$. On en déduit que:

$$Z_{s1} = \frac{r_p}{\mu} = \frac{1}{g_m}$$

Donc en regardant la datasheet du tube, on connaît directement l'impédance de sortie du tube en montage cathode follower! Si on préfère utiliser la formule complète, il suffit de rajouter R_k en parallèle avec $1/g_m$. Ceci permet d'économiser énormément de calculs quand on conçoit un étage cathode follower...

Pour ce qui est de l'impédance d'entrée du montage, elle est, conformément à la théorie de la rétroaction, multipliée par le terme $(1+A)$. La résistance d'entrée d'un tube, de l'ordre du Mégohm en général, est donc multipliée par le facteur $(1+A)$ (toujours environ 15 pour les montages usuels à base d'ECC82) soit 15 Mégohms! L'impédance d'entrée est donc là aussi bien augmentée.